gang seine Intensität gibt. Die Serie wäre dann also eine Molekülserie und als M_2-Serie zu bezeichnen.

Damit ist die Schwingungsstruktur in den wesentlichen Zügen erklärt. Unsicherheiten bestehen noch bei der genauen Festlegung der Schwingungsfrequenzen. Diese Unsicherheiten haben verschiedene Gründe:

1. muß man offenbar damit rechnen, daß Unterschiede in der sterischen Anordnung der CH_3-Gruppen auch Unterschiede in den Schwingungsfrequenzen ergeben. So ist es zu erklären, warum die gleichen Schwingungen in verschiedenen Spektren etwas verschiedene Frequenzen aufweisen können,

2. sind auch bei 20 °K die Gitterschwingungen noch nicht eindeutig analysierbar.

Die Mittelwerte der Schwingungsfrequenzen, wie sie sich aus der Analyse in Tab. 4 und 5 ergeben, sind in Tab. 6 zusammengestellt und mit den bekannten RAMAN-Daten [11] verglichen.

Die wichtigsten Unsicherheiten sind folgende:

1. Es ist nicht sicher, ob der unterschiedliche Wert für ν_1 parallel und senkrecht b in der TT-Phase ($545-560\ \mathrm{cm}^{-1}$) reell oder durch Gitterschwingungen vorgetäuscht ist. Weiter ist nicht sicher, ob es sich bei den mit ν_1 und ν_6 bezeichneten Frequenzen wirklich um zwei verschiedene Schwingungen handelt, oder um dieselbe Schwingung für zwei verschiedene Anordnungen der CH_3-Gruppen. Deshalb kann zwischen den beiden Erklärungsmöglichkeiten für die K_2-Serie noch nicht entschieden werden.

2. Für die Deformationsschwingung ν_5, den Ursprung der M-Serie, kann man in der TT-Phase keinen sicheren Frequenzwert angeben, da für sie die Bandenbreite zu groß ist.

Diese Unsicherheiten können durch weitere Analyse der Spektren bei tiefsten Temperaturen mit höchster Auflösung aufgeklärt werden.

[11] A. W. REITZ, Z. phys. Chem. B **46**, 181 [1940]. — J. W. MURRAY u. D. H. ANDREWS, J. Chem. Phys. **2**, 120 [1934].

NOTIZEN

Klassische Lösungen einer Heisenbergschen nichtlinearen Feldgleichung

Von K. JUST

Institut für Theoretische Physik der Freien Universität Berlin

(Z. Naturforschg. **13 a**, 345—346 [1958]; eingeg. am 8. März 1958)

In einer älteren Arbeit zu seiner nichtlinearen Feldtheorie erhielt HEISENBERG [1] für einen Erwartungswert c die Gleichung [2]

$$\gamma^\nu c_{|\nu} = (\bar{c}\, c)\, c + \varkappa\, c \quad \text{mit} \quad \varkappa = \text{const} > 0\,. \qquad (1)$$

Fragt man nach deren „klassischen" Lösungen von der speziellen Form

$$c(x) = s^{-3/4}(\sqrt{s}\, F + \gamma^\nu x_\nu\, G)\; a\,, \quad s = -x_\nu x^\nu > 0\,, \qquad (2)$$

worin a ein konstanter Spinor, F und G reelle Funktionen von s seien, so ergibt sich

$$\left.\begin{aligned} \tfrac{1}{2} F - v\, F' &= v\, G + A(F^2+G^2)\, G\,, \\ \tfrac{5}{2} G + v\, G' &= v\, F + A(F^2+G^2)\, F \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

mit

$$v = \varkappa\sqrt{s}\,, \quad F' = \mathrm{d}F/\mathrm{d}v\,, \quad A = \bar{a}\, a = \text{const.} \qquad (4)$$

Versuchen wir den Ansatz

$$F = r(v)\,\cos\varphi(v)\,, \quad G = r(v)\,\sin\varphi(v)\,, \qquad (5)$$

so liefert (3) nach einiger Rechnung:

$$\left.\begin{aligned} & v\,\varphi' = v - \tfrac{3}{2}\sin 2\varphi + A\, r^2 \\ \text{und} \qquad & v\, r' = (\tfrac{3}{2}\cos 2\varphi - 1)\; r\,. \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

Statt dieser strengen Gleichungen betrachten wir jedoch nur die Näherungen für sehr große Werte von v oder r. Im ersten Falle wird $\varphi' = 1$, $r = \text{const}\cdot v^{-1}$,

$$\left.\begin{aligned} \text{also} \qquad & r = \mu\, s^{-1/2}, \quad \varphi = \varkappa\sqrt{s} - \lambda \\ \text{für} \qquad & \varkappa\sqrt{s} \gg 1, \ |A|\, r^2 \quad \text{mit} \quad \mu, \lambda = \text{const}\,, \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

im zweiten erhalten wir schließlich:

$$\left.\begin{aligned} & r = \alpha\, s^{-1/2}, \quad \varphi = \beta - \tfrac{1}{2} A\, \alpha^2 s^{-1} \\ \text{für} \qquad & |A|\, r^2 \gg 1, \ \varkappa\sqrt{s} \quad \text{mit} \quad \alpha, \beta = \text{const.} \end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

In der (F, G)-Ebene stellt (5) mit der Näherung (7) eine Spirale dar, die sich im positiven Sinne um den Ursprung windet und für $s \to \infty$ darin einmündet. Mit der Näherung (8) ergibt sich ebenfalls eine Spirale, die für $s \to 0$ unbegrenzt wächst und deren Drehsinn im Falle $A > 0$ derselbe ist wie mit (7), bei

[1] W. HEISENBERG, Z. Naturforschg. **9 a**, 292 [1954].

[2] Die Änderung der Vorzeichen gegenüber Formel (28) aus [1] rührt von HEISENBERG [3] her; seine Konstante l ist hier als Längen-Einheit benutzt.

[3] W. HEISENBERG, Rev. Mod. Phys. **29**, 269 [1957], Fußnote.

$A < 0$ der umgekehrte. Während im Falle der linearen Gleichung $\gamma^\nu c_{|\nu} = \varkappa c$, die zu (3) mit $A = 0$ führt, F und G in einem Bereich $0 < s < s_0$ ihr Vorzeichen nicht mehr wechseln, müssen sie also gemäß der nichtlinearen (1) auch bei $s \to 0$ unendlich oft um $F = 0$ und $G = 0$ oszillieren.

Diese für seine Theorie wesentliche Tatsache wurde schon von HEISENBERG [1] erkannt. Hier folgte sie auf etwas einfacherem Wege über dieselben *strengen* Gln. (6), wie die Näherung (7), die man üblicherweise aus der asymptotischen Entwicklung der Zylinder-Funktionen gewinnt.

Betrachten wir Gl. (1) nicht für $\varkappa = \text{const}$, sondern mit

$$\varkappa(s) = k(s) \cdot s^{\varepsilon(s) - 1/2}, \tag{9}$$

so bleibt das qualitative Verhalten der asymptotischen Lösungen unverändert, falls die Funktionen k und ε für $s \to 0$ *und* $s \to \infty$ gegen endliche Grenzwerte streben, wobei $\varepsilon_0 + 1$, k_∞, ε_∞ *positiv* sein müssen. Rechnet man dagegen auch bei $s \to \infty$ von vorn herein mit $\varkappa \equiv 0$, so windet sich die Spirale in der (F, G)-Ebene gemäß der Rechnung von HEISENBERG [1] um einen von $F = G = 0$ verschiedenen Punkt.

Für kritische Bemerkungen danke ich Herrn DOEBNER.

Helium- und Argon-Erzeugung in Eisentargets durch energiereiche Protonen [1]

Von O. A. SCHAEFFER und J. ZÄHRINGER [2]

Chemistry Department, Brookhaven National Laboratory, Upton, Long Island, New York

(Z. Naturforschg. **13 a**, 346—347 [1958]; eingeg. am 10. Februar 1958)

Zur Deutung des Reaktionsmechanismus energiereicher Protonen in Atomkernen werden Ausbeutekurven verschiedener Reaktionsprodukte aufgenommen. Die erzeugten Mengen sind bei den üblichen Bestrahlungszeiten in der Größenordnung von $10^8 - 10^{10}$ Atomen. Die bisherige Meßmethode beschränkte sich auf den Nachweis radioaktiver Kerne, und die Erzeugungsquerschnitte stabiler Kerne wurden unter gewissen Annahmen über deren Verteilung abgeschätzt. Mit dieser Arbeit wurde der Versuch unternommen, in Eisentargets die Erzeugungsquerschnitte der Helium- und Argon-Isotope zu bestimmen, die bei der Bestrahlung mit Protonen von 0,16 bzw. 0,43 und 3 GeV Energie entstehen. Die Kenntnis der He^3/He^4-Verhältnisse für verschiedene Energien ist für die Prüfung der Kernverdampfungstheorie und für die Berechnungen solcher Sternprozesse nach einer Monte-Carlo-Methode von Interesse. Außerdem ist die He^3-, He^4- und T-Erzeugung in Eisentargets für die Meteoriten wichtig, da man aus dem T/He^3-Verhältnis etwas über die Dauer der Bestrahlung durch die kosmische Strahlung erfahren kann [3, 4]. Mit den Erzeugungsquerschnitten von Argon kann man die Verteilungskurve für die Isotope eines Elements prüfen, die aus radiochemischen Daten gewonnen wurde. Zur Bestimmung des Cl^{36}-A^{36}-Alters an Eisenmeteoriten ist die Kenntnis des direkt erzeugten A^{36} durch energiereiche Protonen erforderlich.

Die benutzten Targets bestanden aus Eisenstücken von 1 bzw. 0,3 und 12 mm Dicke und wurden mit Protonen von 0,16 bzw. 0,43 und 3,0 GeV Energie in den Harvard und Chicago Synchrozyclotronen und im Brookhaven Cosmotron bestrahlt. Das Eisen wurde zur Vermeidung von atmosphärischer Verunreinigung zuvor im Vakuum geschmolzen.

Die Kalibrierung des Protonenflusses wurde mit Aluminiumfolien, und bei der 3 GeV-Bestrahlung mit zusätzlicher Goldfolie durchgeführt. Die gegebenen Wirkungsquerschnitte sind auf die Daten der Na^{24}- und Tb^{149}-Wirkungsquerschnitte [5] bezogen. Die Zahl der Protonen betrug $1,1 \cdot 10^{15}$, $1,2 \cdot 10^{16}$ und $2,6 \cdot 10^{13}$. Zum Austreiben der Gase wurden die Targets in einem Graphittiegel induktiv geschmolzen. Die Aufschlußapparatur bestand aus einem Glas (Corning 1710), das speziell ausgesucht wurde, um das Eindringen atmosphärischen Heliums gering zu halten. Die extrahierten Gase wurden über Ca und Cu-CuO oder über Zr gereinigt. Durch einen Metallhahn wurden die Edelgase in ein Massenspektrometer eingelassen und statisch gemessen. Das Massenspektrometer ist speziell zum Nachweis kleinster Gasmengen konstruiert und bis zu 450 °C ausheizbar. Als Nachweisgerät dient ein veränderter DuMont-SP 102-Multiplier. Die gefundenen Mengen betrugen 10^{-10} cm³, und der zu berücksichtigende Störuntergrund war in allen Fällen kleiner als 10%.

In Tab. 1 sind die He^3- und He^4-Erzeugungsquerschnitte und die He^3/He^4-Verhältnisse gegeben. Das hier erhaltene $He^3/He^3/T$-Verhältnis von 1,00:0,10:0,07 bei 430 MeV kann mit dem von MARTIN, MAYNE, THOMSON und WARDLE [6] mit 340 MeV Protonen gefundenen Verhältnis von 1,00 : 0,048 : 0,078 verglichen werden.

Energie	σ He^4 mb	σ He^3 mb	He^3/He^4
0,16 GeV	120	11	0,09
0,43	450	45	0,10
3,0	1300	240	0,18

Tab. 1. Erzeugungsquerschnitte der He^3- und He^4-Isotope in Eisen durch energiereiche Protonen.

[1] Durchgeführt mit Mitteln der AEC der U.S.A.

[2] Stipendiat der Deutschen Forschungsgemeinschaft.

[3] E. L. FIREMAN u. D. SCHWARZER, Geochim. Cosmochim. Acta **11**, 252 [1957].

[4] F. BEGEMANN, J. GEISS u. D. C. HESS, Phys. Rev. **107**, 540 [1957].

[5] G. FRIEDLANDER (private Mitteilung).

[6] G. R. MARTIN, K. I. MAYNE, S. J. THOMPSON u. G. WARDLE, Phil. Mag. **45**, 410 [1954].